

# Le calcul littéral

D. LE FUR

Lycée Pasteur, São Paulo

# Sommaire

- 1 Développer un produit
  - Distributivité simple
  - Distributivité double
  - Identités remarquables
- 2 Factoriser une somme
  - Définition
  - Avec un facteur commun
  - Avec les identités remarquables

<b>Produit</b>	$\rightarrow$	<b>Somme algébrique</b>
	$\rightarrow$	
$k(a + b)$	$\rightarrow$	$ka + kb$
$k(a - b)$	$\rightarrow$	$ka - kb$

## Applications et exemples:

- Calcul mental:

$$13 \times 99 = 13 \times (100 - 1) = 13 \times 100 - 13 \times 1 = 1300 - 13 = 1287$$

$$25 \times 104 = 25 \times (100 + 4) = 25 \times 100 + 25 \times 4 = 2500 + 100 + 2600$$

## Applications et exemples:

- Calcul mental:

$$13 \times 99 = 13 \times (100 - 1) = 13 \times 100 - 13 \times 1 = 1300 - 13 = 1287$$

$$25 \times 104 = 25 \times (100 + 4) = 25 \times 100 + 25 \times 4 = 2500 + 100 + 2600$$

- **Développement d'une expression littérale:**

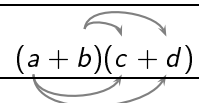
$$3(5a + 7) = 3 \times 5a + 3 \times 7 = 15a + 21$$

$$-2(5 - 4x) = -2 \times 5 - (-2) \times 4x = -10 + 8x$$

# Sommaire

- 1 Développer un produit
  - Distributivité simple
  - Distributivité double
  - Identités remarquables
- 2 Factoriser une somme
  - Définition
  - Avec un facteur commun
  - Avec les identités remarquables

<b>Produit</b>	→	<b>Somme algébrique</b>
$(a + b)(c + d)$	→	$ac + ad + bc + bd$



## Applications et exemples: Développement d'une expression littérale:



$$E = (3 - a)(4a + 2) = 3 \times 4a + 3 \times 2 - a \times 4a - a \times 2$$
$$E = 12a + 6 - 4a^2 - 2a = -4a^2 + 10a + 6$$



## Applications et exemples: Développement d'une expression littérale:



$$\begin{aligned}E &= (3 - a)(4a + 2) = 3 \times 4a + 3 \times 2 - a \times 4a - a \times 2 \\E &= 12a + 6 - 4a^2 - 2a = -4a^2 + 10a + 6\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}F &= (3x - 2)(1 - 4x) = 3x \times 1 + 3x \times (-4x) - 2 \times 1 - 2 \times (-4x) \\F &= 3x - 12x^2 - 2 + 8x = -12x^2 + 11x - 2\end{aligned}$$

Pour ne pas se tromper dans les signes, il est utile de se souvenir que, par exemple,  $3x - 2$  est la somme de  $3x$  et de  $-2$ , et que  $1 - 4x$  est la somme de  $1$  et de  $-4x$ . Ainsi, pour le calcul précédent, on a :

$$G = (3x - 2)(1 - 4x)$$

$$G = (3x + (-2))(1 + (-4x))$$

$$G = (3x) \times 1 + (3x) \times (-4x) + (-2) \times 1 + (-2) \times (-4x)$$

$$G = \dots$$

# Sommaire

- 1 Développer un produit
  - Distributivité simple
  - Distributivité double
  - Identités remarquables
- 2 Factoriser une somme
  - Définition
  - Avec un facteur commun
  - Avec les identités remarquables

<b>Produit</b>	<b>→</b>	<b>Somme algébrique</b>
		Carré d'une somme
$(a + b)^2$	→	$a^2 + 2ab + b^2$
		Carré d'une différence
$(a - b)^2$	→	$a^2 - 2ab + b^2$
		Produit d'une somme par une différence
$(a - b)(a + b)$	→	$a^2 - b^2$

## Applications et exemples:

- **Calcul mental:**

▶  $101^2 = (100 + 1)^2 = 100^2 + 2 \times 100 + 1^2$

$101^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$

▶  $19^2 = (20 - 1)^2 = 20^2 - 2 \times 20 + 1^2 = 400 - 40 + 1 = 361$

▶  $39 \times 41 = (40 - 1)(40 + 1) = 40^2 - 1^2 = 1600 - 1 = 1599$

## Applications et exemples:

- **Calcul mental:**

- ▶  $101^2 = (100 + 1)^2 = 100^2 + 2 \times 100 + 1^2$

- $101^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$

- ▶  $19^2 = (20 - 1)^2 = 20^2 - 2 \times 20 + 1^2 = 400 - 40 + 1 = 361$

- ▶  $39 \times 41 = (40 - 1)(40 + 1) = 40^2 - 1^2 = 1600 - 1 = 1599$

- **Développement d'une expression littérale:**

- ▶  $(y + 7)^2 = y^2 + 2 \times y \times 7 + 7^2 = y^2 + 14y + 49$

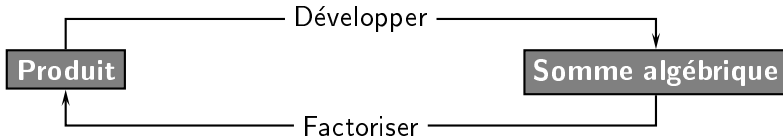
- ▶  $(1 - 3x)^2 = 1^2 - 2 \times 1 \times 3x + (3x)^2 = 1 - 6x + 9x^2$

- ▶  $(20 - 8x)(20 + 8x) = 20^2 - (8x)^2 = 400 - 64x^2$

# Sommaire

- 1 Développer un produit
  - Distributivité simple
  - Distributivité double
  - Identités remarquables
- 2 Factoriser une somme
  - Définition
  - Avec un facteur commun
  - Avec les identités remarquables

Factoriser une somme algébrique signifie la transformer en produit :





# Sommaire

- 1 Développer un produit
  - Distributivité simple
  - Distributivité double
  - Identités remarquables
- 2 Factoriser une somme
  - Définition
  - Avec un facteur commun
  - Avec les identités remarquables

On utilise la propriété de simple distributivité, mais "à l'envers" :

Somme algébrique	→	Produit
	→	
$\underline{k}a + \underline{k}b$	→	$\underline{k}(a + b)$
	→	
$\underline{k}a - \underline{k}b$	→	$\underline{k}(a - b)$

Dans les sommes algébriques de gauche, il y a deux termes, chacun étant un produit de deux facteurs. Comme  $k$  se retrouve dans les deux termes, on dit que c'est un **facteur commun** aux deux termes. On dit également que l'on a "**mis  $k$  en facteur**".

## Applications et exemples:

- **Calcul mental:**

$$13 \times 62 + 13 \times 38 = 13 \times (62 + 38) = 13 \times 100 = 1300$$

$$18.1 \times 34.8 - 8.1 \times 34.8 = (18.1 - 8.1) \times 34.8 = 10 \times 34.8 = 348$$

## Applications et exemples:

- **Calcul mental:**

$$13 \times 62 + 13 \times 38 = 13 \times (62 + 38) = 13 \times 100 = 1300$$

$$18.1 \times 34.8 - 8.1 \times 34.8 = (18.1 - 8.1) \times 34.8 = 10 \times 34.8 = 348$$

- **Factorisation d'une expression littérale grâce à un facteur commun:**

$$A = 4a^2 + 3a = \underline{a} \times 4a + 3 \times \underline{a} = a(4a + 3)$$

$$B = (x + 7)(5 - 4x) - 2(5 - 4x)$$
$$B = (5 - 4x) \times [(x + 7) - 2] = (5 - 4x)(x + 7 - 2) = (5 - 4x)(x + 5)$$

$$C = (x + 3)^2 - 5(x + 3) = \underline{(x - 3)}(x - 3) - 5\underline{(x - 3)}$$
$$C = (x + 3) \times [(x + 3) - 5] = \underline{(x - 3)}(x + 3 - 5) = \underline{(x + 3)}(x - 2)$$

# Sommaire

- 1 Développer un produit
  - Distributivité simple
  - Distributivité double
  - Identités remarquables
- 2 Factoriser une somme
  - Définition
  - Avec un facteur commun
  - Avec les identités remarquables

Là aussi, on utilise les identités remarquables vues au paragraphe 1.3, mais "dans l'autre sens" :

<b>Somme algébrique</b>	→	<b>Produit</b>
$a^2 + 2ab + b^2$	→	$(a + b)^2$
$a^2 - 2ab + b^2$	→	$(a - b)^2$
$a^2 - b^2$	→	$(a - b)(a + b)$

## Applications à la factorisation d'expressions littérales:

$$A = y^2 + 4y + 4$$

$$A = (y)^2 + 2(y)(2) + (2)^2$$

$$A = (y + 2)^2$$

$$B = 9x^2 - 6x + 1$$

$$B = (3x)^2 - 2(3x)(1) + (1)^2$$

$$B = (3x - 1)^2$$

$$C = (x + 5)^2 - 9$$

$$C = (x + 5)^2 - (3)^2$$

$$C = [(x + 5) - 3] \times [(x + 5) + 3]$$

$$C = (x + 2)(x + 8)$$

